

LICENCE 1 ECONOMIE-GESTION

MATHEMATIQUES FINANCIERES

ANNÉE 2014- 2015

Fascicule d'exercices

- intérêt simple – escompte commercial
- Intérêt composé - capitalisation
- Escompte à intérêt composé - actualisation - annuités
- Amortissement des emprunts indivis

Exercice 1

a) Calculer l'intérêt fourni par le placement de 28 000 euros à 9 %, du 13 Septembre d'une année au 27 Février de l'année suivante.

b) Un capital de 7 200 euros placé à 8 % le 8 Juin, a acquis en fin de période de placement une valeur de 7 288 euros.

Déterminer à quelle date le placement a été interrompu.

c) Un capital de 8 400 euros a produit, du 16 Mai au 25 Septembre, un intérêt de 231 euros.

Calculer le taux de placement.

d) Calculer le capital qui, placé à 8,4 % pendant 62 jours, a acquis une valeur de 16 738,70 euros.

Exercice 2

Une personne place, à intérêt simple au taux i , au début de chaque mois, et à partir du 1er janvier, une somme constante s .

a) De quelle somme totale, capitaux et intérêt réunis, disposera-t-elle le 31 Décembre de cette même année ?

b) De quelle somme totale disposerait-elle à la fin du $n^{\text{ième}}$ mois (donc après n versements) ?

c) Pour $s = 2\,000$ euros et $i = 9\%$, répondre aux deux questions précédentes.

d) En conservant ces mêmes données numériques, calculer la durée de l'opération qui conduirait à une valeur acquise totale égale à 66 975 euros.

Remarque : les calculs seront effectués proportionnellement au nombre de mois de placement

Exercice 3

Une personne obtient un prêt de x euros, remboursable en quatre versements trimestriels, le premier versement ayant lieu dans 3 mois.

Chaque versement se compose :

a) du quart de la somme prêtée.

b) de l'intérêt simple calculé pendant le trimestre correspondant sur la somme qui restait due au début du trimestre.

Le total des versements effectués est égal à 86 000 euros ; chacun des versements est inférieur de 600 euros au précédent.

Formaliser le montant des 4 versements puis calculer le montant du prêt et le taux d'intérêt.

Exercice 4

Trois capitaux dont les valeurs croissent en progression arithmétique ont été placés pendant un an à un taux de 3%.

Sachant que la différence entre le 1^{er} et le 3^e est de 2 400 euros et que l'intérêt total produit est égal à 189 euros, déterminer les montants respectifs des trois capitaux.

Exercice 5

Une entreprise est réglée par ses clients sous forme de traites à 90 jours.

Pour assurer le paiement immédiat d'un fournisseur, l'entreprise demande à son banquier de lui escompter des traites à 90 jours d'une valeur de 50 000 euros.

Le taux global d'escompte commercial pratiqué par la banque est de 10 %.

A l'issue de la négociation quelle somme le banquier va-t-il remettre à l'entreprise ?

Exercice 6

Une entreprise désirant emprunter 10 millions d'euros pour une période de 70 jours prend contact avec ses deux banquiers.

Le premier lui propose un taux d'intérêt de 9 % mais exige que les intérêts dus par l'entreprise soient payés au moment même du déblocage du prêt.

Le second accepte que les intérêts dus ne soient payés qu'à l'issue des 70 jours mais réclame un taux de 9,05 %.

a) Quel banquier l'entreprise doit-elle retenir ? (justifier)

b) Le premier banquier qui ne souhaite pas perdre son client veut aligner son taux d'intérêt sur celui du deuxième banquier, tout en maintenant un mode de paiement des intérêts terme à échoir.

Quel taux terme à échoir doit-il alors proposer à l'entreprise ?

Exercice 7

Soit un effet de commerce de valeur nominale 10 000 euros négocié à un taux d'escompte de 6% (échéance à 60 jours).

- a) Calculer l'escompte commercial prélevé par le banquier.
- b) En quoi le mode de calcul de cet escompte peut-il paraître « injuste » ?
- c) Quel mode de calcul serait plus « rationnel » ?
Effectuer le calcul correspondant.

Exercice 8

On remplace 3 effets :

- 3 000 euros à échéance de 30 jours
- 4 000 euros à échéance de 45 jours
- 6 000 euros à échéance de 60 jours

par un effet unique équivalent échéant dans 50 jours.

Quel est le montant de cet effet unique ? (taux d'escompte 10 %)

Exercice 9

Après avoir défini la notion d'échéance moyenne de plusieurs effets, appliquer cette définition aux trois effets suivants :

- effet de 2 000 euros à échéance de 20 jours
- effet de 6 000 euros à échéance de 30 jours
- effet de 6 500 euros à échéance de 35 jours

(on utilisera un taux d'escompte commercial de 10%)

Exercice 10

Soient deux effets de valeurs nominales : 5 000 et 7 500 euros à échéances respectives de 30 et 60 jours.

- a) Calculer l'échéance moyenne de ces deux effets.
- b) Dans le cas du remplacement de ces deux effets par un effet unique à échéance de 50 jours, déterminer la valeur nominale de cet effet unique.
- c) Déterminer le taux d'escompte commercial qu'il aurait fallu utiliser dans la question b) afin que le montant recherché soit égal à 12 510 euros.

- d) En supposant que les deux effets de commerce soient escomptés 5 jours avant l'échéance la plus proche, déterminer les valeurs actuelles commerciales des deux effets.

Remarque 1 : Pour les questions a), b), d) on utilisera un taux d'escompte commercial de 6%

Remarque 2 : Les questions a), b), c), d) peuvent être traitées de manière indépendante.

Exercice 11

3 effets de commerce sont escomptés le même jour.

Le premier, de valeur nominale 1 100 euros, est payable dans 163 jours ;

Le second, de 1 082 euros, est payable dans 68 jours, et le troisième, de 1 075 euros, l'est dans un temps inconnu.

Le porteur reçoit la même somme pour chacun des effets.

Déterminer le taux de l'escompte commercial et l'échéance du 3^e effet.

Exercice 12

Les conditions d'escompte offertes par les banques A et B sont les suivantes :

	Banque A	Banque B
Taux d'escompte	10 %	9,8 %
Taux de commission proportionnelle à la durée	0,6 %	0,7 %
Taux de commission indépendante de la durée	0,5 %	0,6 %
Commission fixe	5 euros	4 euros

a) En supposant un effet de valeur nominale 5 000 euros à échéance de 90 jours, déterminer les agios respectifs retenus par les deux banques et les valeurs nettes de négociation.

b) Déterminer le taux réel d'escompte pratiqué par les banques A et B

c) Le classement préférentiel des deux banques aurait-il pu être inversé si la date d'échéance avait été différente ?

Exercice 13

Un effet à échéance du 31 mars est remplacé le 1^{er} mars par un autre à échéance du 15 mai.

Sachant que la valeur nominale du nouvel effet est égale à 10 710 euros et que le taux d'escompte pratiqué est de 10 %, déterminer quelle était la valeur nominale de l'effet avant le report d'échéance.

Exercice 14

Calculer la valeur acquise par un capital de 1 000 euros, placé à un taux $i = 11,5 \%$, capitalisation annuelle des intérêts pendant :

- a) 7 ans
- b) 11 ans 5 mois

Exercice 15

a) Calculer la valeur acquise, à intérêt composé, par un capital de 10 000 euros au bout de 10 ans. Taux annuel = 0,09. Capitalisation annuelle des intérêts.

b) Même calcul en intérêt simple.

c) Dans le cadre des conditions de placement précédentes (intérêt composé puis intérêt simple), calculer :

- les intérêts générés la première année
- les intérêts générés la troisième année
- les intérêts générés globalement pendant les 5 dernières années
- le taux d'intérêt semestriel qu'il faudrait appliquer pour obtenir à l'issue des 10 années de placement la valeur acquise déjà calculée

d) Au bout de combien de temps la valeur acquise à intérêt simple serait-elle égale à la valeur obtenue en a) ? Même capital et même taux.

e) Au bout de combien de temps la valeur acquise à intérêt composé était-elle égale à la valeur obtenue en b) ? Même capital et même taux ?

f) A quel taux un capital de 10 000 euros, placé à intérêt simple, atteindra-t-il en 10 ans la valeur acquise en a) ?

Exercice 16

Deux capitaux dont le total est 10 000 euros sont placés

- l'un à intérêt simple au taux de 10 %
- l'autre à intérêt composé au taux de 8 %

Au bout de 9 ans, ils ont acquis la même valeur.
Calculer les montants respectifs des deux capitaux.

Exercice 17

On partage une somme totale de 300 000 euros entre trois personnes A, B, C âgées respectivement, le jour du partage de 12 ans, 13 ans, 16 ans.

Le partage est effectué de façon à ce que chaque bénéficiaire dispose à sa majorité (18 ans) de la même somme; après capitalisation annuelle au taux de 7,5 % de la fraction des 300 000 euros qui lui a été dévolue.

- a) Effectuer le partage des 300 000 euros
- b) Le mode de partage effectué vous apparaît-il parfaitement équitable ?

Exercice 18

Un bon de capitalisation est un contrat à prime unique, de durée moyenne de sept ans, à intérêts capitalisés et payés globalement lors du remboursement ou du rachat du bon.

Un particulier souscrit un bon de capitalisation à taux minimum garanti d'un montant de 100 000 euros.

- a) En supposant que le taux de revalorisation annuelle du bon a été de 14 % les deux premières années, de 12 % les trois suivantes et enfin de 13 % les deux dernières années, quelle est la valeur acquise par le bon au bout de la septième année ?
- b) Déterminer le taux de revalorisation annuel moyen

Exercice 19

Un capital C est placé à un taux d'intérêt i . Au bout de combien d'années, ce capital sera-t-il doublé ?

Pour l'application numérique, nous prendrons $i = 10 \%$

Exercice 20

Un trésorier disposant sur une période d'un an de 10 millions d'euros met en compétition ses deux banquiers habituels :

Le premier propose de rémunérer l'excédent de trésorerie à un taux de 2,3 % trimestriel, les intérêts étant composés trimestriellement sur la durée du placement ;

Le second banquier propose de rémunérer le placement à un taux semestriel de 5,9 % composé semestriellement sur l'année.

a) Quel placement le trésorier va-t-il retenir ? (utiliser deux méthodes distinctes pour trouver la solution)

b) Quel taux mensuel composé devrait proposer un troisième banquier pour être choisi par le trésorier ?

Exercice 21

a) Un capital de nominal 15 000 euros à échéance de 5 ans est négocié. Taux annuel d'escompte : 6,5 %

Calculer sa valeur actuelle à intérêt composé.

b) Un capital de 20 000 euros, à échéance de 4 ans, est négocié. L'escompte correspondant est égal à 4 742,10 euros.

Calculer le taux annuel d'escompte à intérêt composé.

c) Un capital de nominal 25 000 euros est négocié. Taux d'escompte à intérêt composé : 8 %. Sa valeur actuelle s'élève à 19 111 euros.

Déterminer son échéance.

Exercice 22

a) On remplace trois règlements :

Respectivement 10 000 euros à échéance de 2 ans
 20 000 euros à échéance de 3 ans
 15 000 euros à échéance de 5 ans

par un règlement unique à échéance de 4 ans.

Calculer le nominal de ce règlement unique. Taux annuel d'escompte à intérêt composé : 9 %

b) Soient trois règlements :

respectivement 5 000 euros à échéance de 2 ans
 4 000 euros à échéance de 3 ans
 3 000 euros à échéance de 4 ans

Déterminer l'échéance moyenne de ces 3 règlements (Taux d'escompte à intérêt composé : 8 %)

Exercice 23

Une personne verse, à intervalles réguliers égaux à un an, des sommes constantes de montant 10 000 euros chacune, à un organisme de capitalisation. Taux d'intérêt : 10 %. Date du premier versement : 1/12/1992. Date du dernier versement : 1/12/2007.
Calculer le montant du capital constitué à la date du 1/12/2008.

Exercice 24

Monsieur Martin a pour objectif de se constituer un capital de 30 000 euros à l'horizon du 01 janvier 2010.

Pour bénéficier d'un tel capital à cette date plusieurs modalités de placement auprès d'un organisme financier sont envisagées :

Modalité 1 : Placement d'une somme constante M chaque mois. Premier dépôt le 01 janvier 2005, dernier dépôt le 01 janvier 2010.

Modalité 2 : Placement d'une somme constante T chaque trimestre. Premier dépôt le 01 janvier 2005, dernier dépôt le 01 octobre 2009.

Modalité 3 : Placement le 01 janvier 2005 d'une somme de 5 000 euros, puis d'une somme de 8 000 euros le 01 janvier 2006, et enfin d'une somme X le 01 janvier 2008.

Modalité 4 : Placement de 3 sommes (S_1 , S_2 , S_3) versées semestriellement et progressant de manière arithmétique selon une raison de 2 000 euros. Premier versement semestriel le 01 janvier 2007, troisième versement semestriel le 01 janvier 2008.

a) Soit un taux d'intérêt composé annuel de 6%, déterminer le taux d'intérêt mensuel équivalent et la somme M que doit placer mensuellement Monsieur Martin selon la modalité 1 pour satisfaire son objectif.

b) En utilisant un taux d'intérêt trimestriel composé de 1,47%, calculer la valeur de T associée à la modalité 2.

c) En utilisant un taux d'intérêt composé annuel de 6%, déterminer le montant de la somme X associée à la modalité 3.

d) En utilisant un taux d'intérêt semestriel composé de 3%, calculer les valeurs de S_1 , S_2 , S_3 associées à la modalité 4.

Exercice 25

Un particulier désire financer l'achat de sa résidence principale par un prêt du Crédit Foncier au taux annuel effectif global de 9,8 % sur une durée de vingt ans. Le prêt est remboursé par mensualités constantes.

En supposant que l'emprunteur a des capacités de remboursement de 700 euros par mois et qu'il peut payer au comptant 50 000 euros, quel est le montant maximum qu'il peut consacrer à l'achat de sa résidence ?

Exercice 26

Un emprunt de 100 000 euros est remboursé en 10 annuités.

- chacune des deux premières vaut Y
- chacune des quatre suivantes vaut $2Y$
- chacune des dernières vaut $3Y$

Calculer Y , sachant que le taux nominal est de 12 %.

Exercice 27

Un emprunt est remboursable au moyen de 5 annuités, comprenant chacune intérêt et amortissement. Les montants et les échéances de ces annuités sont les suivantes :

$$a_1 = 4\,200 \text{ euros}$$

$$a_2 = 4\,200 \text{ euros}$$

$$a_3 = 4\,500 \text{ euros}$$

$$a_4 = 5\,000 \text{ euros}$$

$$a_5 = 5\,500 \text{ euros}$$

L'amortissement contenu dans la dernière annuité s'élève à 5 000 euros.

Calculer le montant initial de l'emprunt.

Exercice 28

Un emprunt de 100 000 euros a été contracté. Durée de l'amortissement 16 ans ; taux 9 %.

Les 15 premières annuités sont égales chacune à 12 000 euros. La seizième annuité est de montant différent.

- a) Calculer le montant de la 16e annuité
- b) Présenter les deux premières et la dernière ligne du tableau d'amortissement
- c) Calculer le montant de la dette encore vivante après paiement de la 11e annuité.

Exercice 29

Un emprunt d'un montant de 600 000 euros est remboursable au moyen de deux versements annuels à échéances respectives de 1 an et 2 ans.

1er versement : 300 000 euros

2e versement : 393 453,75 euros

Constituer le tableau d'amortissement de cet emprunt.

Exercice 30

On étudie diverses modalités d'amortissement pour un emprunt de 10 000 euros au taux annuel de 6% remboursable sur une durée de 4 ans.

Modalité 1 : Amortissement unique dans 4 ans avec paiement des intérêts annuellement.

Constituer le tableau d'amortissement de cet emprunt.

Modalité 2 : Emprunt remboursable par amortissements constants.

Déterminer le montant de l'amortissement constant et constituer le tableau d'amortissement de l'emprunt.

Modalité 3 : Emprunt remboursable par annuités constantes.

Déterminer le montant de l'annuité constante et constituer le tableau d'amortissement de l'emprunt.

Exercice 31

Un commerçant contracte un emprunt remboursable par annuités constantes. La première annuité est versée le 31 Décembre 2002, la dernière le 31 Décembre 2008.

Sachant que le produit des 2 premiers amortissements est égal à 6 625 000 et leur somme à 5 150.

Calculer la valeur de chacun des 2 premiers amortissements

le taux de l'emprunt

le montant de l'emprunt

le montant de l'annuité

Exercice 32

Un emprunt consenti au taux semestriel de 4,25 % est amortissable au moyen de semestrialités constantes de chacune 2 620,92 euros. Le dernier amortissement surpasse le premier de 2 018,15 euros.

Calculer le nominal initial de l'emprunt.

Exercice 33

Un particulier sollicite un prêt de 100 000 euros remboursable sur 5 ans. Taux d'intérêt $i = 4,8\%$

a) en supposant un système de mensualités constantes, déterminer le montant des mensualités (on utilisera un taux d'intérêt proportionnel) et le montant de la dette encore vivante après paiement de la vingtième mensualité.

b) en supposant des versements annuels et des amortissements constants de période en période, déterminer le montant des 5 annuités.

En déduire la relation mathématique unissant ces 5 annuités.

c) en supposant enfin que le prêt soit remboursé pendant les 3 premières années par un système de mensualités constantes et les deux dernières par un système de semestrialités constantes :

- présenter de manière formalisée la relation unissant le montant du prêt et les différents versements effectués (on notera i_m et i_s les taux d'intérêt mensuel et semestriel **équivalents** ici en vigueur)

- calculer les taux i_m et i_s

- sachant que l'amortissement contenu dans la dernière semestrialité est de 5000 euros, déterminer le montant de la semestrialité constante.

MATHEMATIQUES FINANCIERES
L1 Economie-Gestion
Sections 1 et 2
Novembre 2013
Durée : 2H
Machines alphanumériques programmables interdites

Exercice 1 (sur 6 points)

Soit un taux d'intérêt simple annuel de 5% et un capital placé de 10 000 euros.

- a) Calculer l'intérêt commercial produit du 24 mars au 26 juillet de la même année.
- b) Sachant que le placement a conduit à une valeur acquise de 10 100 euros, déterminer la durée du placement.
- c) Quel taux d'intérêt simple mensuel faudrait appliquer pour respecter les conditions de placement initiales ?
- d) En considérant une durée de placement de 8 mois, calculer le taux d'intérêt mensuel composé qu'il faudrait utiliser pour que l'intérêt produit se révèle identique à celui obtenu en ayant recours au taux d'intérêt simple (taux annuel de 5%).
- e) Soit un taux d'intérêt trimestriel composé de 1,5%, calculer le taux mensuel équivalent.

Exercice 2 (sur 3 points)

Une entreprise souhaite faire l'acquisition d'une machine d'une valeur de 20 000 euros. Elle choisit de financer son investissement en ayant recours à un emprunt remboursable 6 mois plus tard.

- a) En supposant un taux d'intérêt terme à échoir de 4% (taux annuel), déterminer le montant du prêt que doit solliciter l'entreprise.
- b) Si l'entreprise bénéficiait d'un taux d'intérêt terme échu :
 - Pour quelle(s) valeur(s) de taux la formule d'intérêt terme échu se révélerait pour l'entreprise plus intéressante que la formule d'intérêt terme à échoir appliquée précédemment ?
 - Quelle serait alors la valeur nominale du capital emprunté ?

Exercice 3 (sur 4 points)

Le 20 mars une entreprise paye un fournisseur en lui signant une traite de 8400 euros à échéance du 4 avril. Le 2 avril, à la réception de nouvelles marchandises, l'entreprise signe une seconde traite de 12000 euros à ce même fournisseur à échéance du 17 avril.

- a) Le 27 mars l'entreprise s'aperçoit qu'elle ne sera pas en mesure d'honorer la traite venant à échéance le 4 avril et sollicite un report d'échéance à la date du 20 avril.

Dans le cas où ce report d'échéance serait accepté, déterminer le montant de la nouvelle traite que l'entreprise devrait signer.

b) Le 1^{er} avril, confrontée à de nouvelles difficultés financières, l'entreprise anticipe qu'elle ne pourra en fait honorer aucune des deux traites signées et demande à son fournisseur leur remplacement par une traite unique qui viendrait à échéance le 26 avril.
Déterminer quel serait le montant de l'effet de remplacement.

Remarque 1 : On utilisera dans l'exercice un taux d'escompte commercial de 6%.

Remarque 2 : les questions a) et b) peuvent être traitées de manière indépendante.

Exercice 4 (sur 4 points)

Soit un capital de 25000 euros placé à intérêt composé au taux semestriel de 2% sur une période de 3 ans.

- a) Déterminer la valeur acquise obtenue à l'issue des 3 ans.
- b) Déterminer l'intérêt produit lors du premier semestre de placement.
- c) Déterminer l'intérêt généré lors du troisième semestre de placement (intérêt du semestre concerné uniquement).
- d) Déterminer la quantité d'intérêt produite globalement à l'occasion de la dernière année.

Exercice 5 (sur 3 points)

Un capital de X euros est placé à un taux d'intérêt composé annuel de 4%. Simultanément un capital de Y euros est placé à un taux d'intérêt simple annuel de 6%.

Sachant que $(X+Y)=12000$, et qu'à l'issue de 4 années de placement les deux capitaux ont acquis la même valeur, trouver les valeurs de X et Y.

MATHEMATIQUES FINANCIERES
L1 Economie-Gestion
Sections 1 et 2
Janvier 2014
Durée : 2H
Machines alphanumériques programmables interdites

Exercice 1 (sur 4 points)

Soit un capital K placé à un taux d'intérêt de 5%, déterminer le temps de placement nécessaire afin que les intérêts générés soient égaux au quart de la valeur du capital initial.
Le calcul sera effectué à intérêt simple puis à intérêt composé. Le temps de placement sera décomposé en années, mois et jours.

Exercice 2 (sur 4 points)

On considère deux règlements :

- 15 000 euros à échéance de deux ans ;
- 30 000 euros à échéance de cinq ans.

- a) On substitue à ces deux règlements un règlement unique parvenant à échéance dans quatre ans, calculer la valeur de ce règlement.
- b) On remplace ces deux règlements par deux autres de mêmes valeurs nominales à échéances respectives de trois et quatre ans, calculer la valeur commune de ces deux règlements.
- c) Calculer l'échéance moyenne associée aux deux règlements initiaux.

Remarque : On utilisera dans l'exercice un taux d'escompte à intérêt composé de 4%.

Exercice 3 (sur 4 points)

Un particulier sollicite un prêt de x euros remboursable en trois versements, le premier intervenant dans deux mois, le deuxième dans quatre mois et le dernier dans huit mois.
Chaque versement se compose :

- Du tiers de la somme empruntée ;
- De l'intérêt simple calculé pendant la période correspondante sur la dette non encore remboursée.

Le total des versements effectués est égal à 12 280 euros.

- a) Formaliser le montant des trois versements.
- b) En comparant la formalisation des deux derniers versements, que constatez vous ?
- c) Déterminer le montant des trois versements sachant qu'entre le premier et le dernier existe un écart de 40 euros.
- d) Déterminer le taux d'intérêt auquel est soumis le prêt ainsi que le montant de ce dernier.

Exercice 4 (sur 4 points)

Soit un prêt immobilier de 100 000 euros remboursable sur 20 ans au moyen de mensualités constantes.

- a) Déterminer le montant de la mensualité constante (taux d'intérêt mensuel composé de 0,4%).
- b) Reconstituer les deux premières et la dernière ligne du tableau d'amortissement.
- c) Déterminer le montant d'amortissement incorporé dans la centième mensualité versée.

Exercice 5 (sur 4 points)

Souhaitant se constituer un capital de 50 000 euros à l'horizon du 1^{er} janvier 2023, un investisseur envisage plusieurs solutions de placement :

- 1^{ère} solution : Placer successivement 10 annuités constantes du 1^{er} janvier 2014 au 1^{er} janvier 2023.
- 2^{ème} solution : Placer successivement 5 annuités constantes du 1^{er} janvier 2014 au 1^{er} janvier 2018, puis laisser fructifier l'épargne constituée jusqu'au 1^{er} janvier 2023.
- 3^{ème} solution : Placer tous les 3 ans des capitaux dont les valeurs successives forment une suite géométrique de raison 2 (premier placement le 1^{er} janvier 2014, dernier placement le 1^{er} janvier 2020).

- a) Calculer l'annuité constante associée à la première solution.
- b) Calculer l'annuité constante associée à la deuxième solution.
- c) Calculer la valeur des capitaux placés associés à la troisième solution.

Remarque : On utilisera dans l'exercice un taux d'intérêt composé annuel de 5%.